Quando non è nulla, questa legge è riducibile alla proj elione centrale nella sfera ed alle sue trasformazioni omografiche.

Siccome fra tutte le superficie di curvatura costante, la sola che possa ricevere applicazioni nella teoria delle carte geografiche e nella geodesia è probabilmente la superficie sferica, cosi dal punto di vista di queste applicazioni viene in tal modo ad essere confermato quello che si asserì in principio, cioè che la sola soluzione del problema è fornita in sostanza dalla projezione centrale.

A rimuovere tuttavia ogni equivoco circa l'estensione ed il significato del precedente teorema sono necessarie due osservazioni.

Primieramente si deve rammentare che gli elementi primitivi della corrispondenza considerata sono i *punti,* così della superficie come del piano. Se si volessero unicamente far corrispondere le rette del piano alle linee geodetiche della superficie, la qui-stione diventerebbe assolutamente diversa e non imporrebbe condizione alcuna alla natura della superficie. Infatti rappresentando con

/O, v, a, 1}}=o l'equazione

integrale delle linee geodetiche sulla superficie considerata, e

con

quella di una retta del piano, basterebbe stabilire due relazioni fra le *A_y B, a, b,* con che ad ogni geodetica corrisponderebbe una retta e viceversa. Ma o chiaro che in questo modo ad un punto della superficie, considerato come intersezione delle geodetiche uscenti da esso, corrisponderebbe sul piano l'inviluppo delle rette corrispondenti. E soltanto nel caso in cui si prescrivesse che quest'inviluppo dovesse ridursi a un punto, si ricadrebbe sulla quistione trattata precedentemente, e quindi sulle limitazioni ad essa inerenti.

La seconda avvertenza è relativa alla generalizzazione di cui è suscettibile l'enunciato del nostro problema, vale a dire : *riportare i punti di ima superficie sopra un'altra superficie in modo che alle linee geodetiche della prima corrispondano linee geodetiche della seconda.* La soluzione di questo problema più generale non è punto deducibile da quella del caso già considerato, come lo è per es. quando la proprietà caratteristica della corrispondenza è la similitudine delle parti infinitesime o la conservazione dei rapporti d'area. La sola estensione che si può dare legittimamente al nostro teorema è questa : *Affinchè i punti di una superficie possano essere riportati sopra una superficie di curvatura costante, in modo che le linee geodetiche di quella sieno rappresentate da linee geodetiche di questa, e necessario e sufficiente che anche la prima superficie abbia la curvatura costante.* Pisa, 31 Maggio 1866.